

REPÚBLICA DE PANAMÁ
ACADEMIA INTERNACIONAL SANTA FE

MÓDULO PARA:
MATEMÁTICA 12°

ESTUDIANTE: _____

NIVEL: _____

PRESENTACIÓN

Apreciados estudiantes, con el fin de contribuir al desarrollo de sus conocimientos y habilidades, se les presenta este módulo, el cual contiene algunos temas correspondientes al primer trimestre del año lectivo 2020.

Espero de esta manera que aproveches al máximo la oportunidad y pongas en práctica los conocimientos que has recibido hasta este momento.

El objetivo que debes alcanzar con estos temas es el siguiente:

- Determina las diferentes formas de la ecuación de cada una de las cónicas.
- Deduce la ecuación de las diferentes figuras cónicas dados algunos de sus elementos.
- Utiliza la tecnología como recurso para graficar las cónicas.

Ahora te presento algunas reglas y principios que te facilitarán el estudio de este curso y logres a ser el mejor participante del curso.

- 1- Lee cuidadosamente el contenido programático.
- 2- Sigue las indicaciones señaladas.
- 3- Recuerda que la Matemática está basada en (pasos y reglas).
- 4- Cualquiera duda consúltalo con tú Facilitador.
- 5- Realiza cuidadosamente tus anotaciones.
- 6- Y recuerda

“Sin sacrificio no hay victoria, y que todo se logra a base del esfuerzo”

Tema Nº 1. La Parábola**Concepto:**

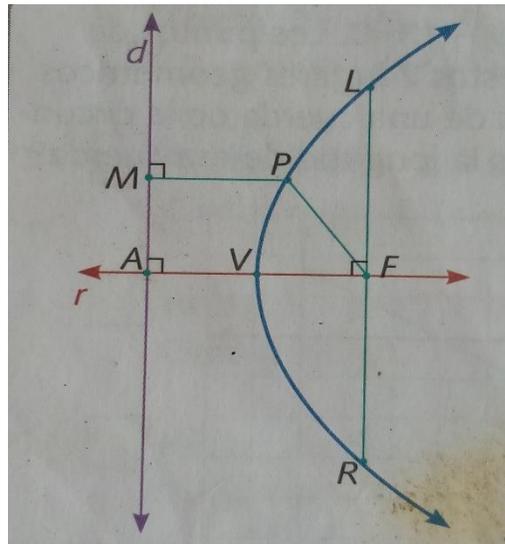
La parábola es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo F , llamado foco, y de una recta fija d , llamada directriz.

Es decir, la distancia de P a F es igual a la distancia de P a M , o sea,

$$[d(P, F) = d(P, M)]$$

donde M es el punto en el que se proyecta P en la directriz.

Observa la figura.

**Elementos y ecuación canónica de la parábola con vértice en el origen.****Elementos de la parábola**

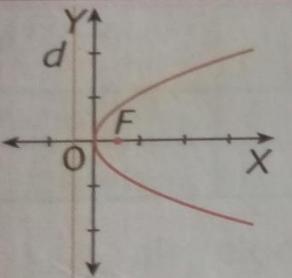
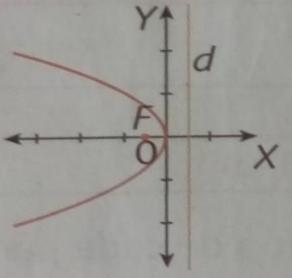
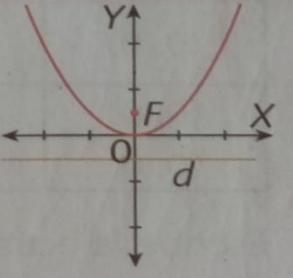
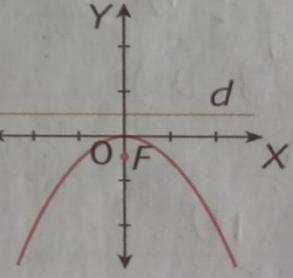
En una parábola se pueden distinguir los siguientes elementos:

- El punto fijo F es el **foco** y la recta fija d es la **directriz**.
- La recta r , que pasa por F y es perpendicular a \vec{d} , se llama **eje focal** o eje de **simetría**.
- El punto V , que es intersección de la parábola con el eje focal, se llama **vértice** y es el punto medio del segmento \overline{AF} .
- El segmento \overline{PF} , que une un punto cualquiera P de la parábola con el foco, se denomina **radio focal** de P .
- A la distancia entre el foco y el vértice se le denomina **distancia focal**.
- El segmento \overline{LR} , que es perpendicular al eje focal, se llama **lado recto** y pasa por el foco.

Ecuación canónica de la parábola con vértice en el origen

Existen 2 casos en los cuales el vértice de la parábola se encuentra en el origen de coordenadas $V(0, 0)$ y su eje focal coincide con uno de los ejes cartesianos.

CUADRO Nº 1

Cuando el eje focal coincide con el eje X		Cuando el eje focal coincide con el eje Y	
$y^2 = 4px$		$x^2 = 4py$	
			
$p > 0$	$p < 0$	$p > 0$	$p < 0$
$F(p, 0)$	directriz $\blacktriangleright x = -p$	$F(0, p)$	directriz $\blacktriangleright y = -p$

En base a esta información resolveremos un ejemplo sencillo.

Ejemplo Nº 1. Determine la ecuación de la parábola que tiene vértice $V(0, 0)$. Las coordenadas del foco son $F(0, 3)$. Grafique.

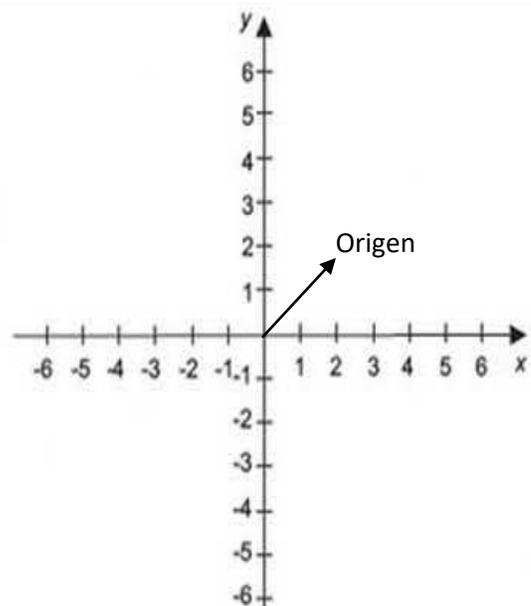
Para resolver este ejercicio debemos recordar algunas cosas.

En el plano cartesiano, el eje horizontal corresponde a la letra X, el eje vertical, corresponde a la letra Y.

Del origen hacia la derecha están las x positivas, del origen hacia la izquierda están las x negativas.

Del origen hacia arriba están las Y positivas, del origen hacia abajo están las Y negativas.

Cada par ordenado está dado de la forma (x, y)



Como podemos apreciar el vértice de la parábola se encuentra en el origen, que es el punto $V(0, 0)$. En ese punto es donde la parábola dará la vuelta. Otro dato que nos da el ejemplo es que las coordenadas del foco son $F(0, 3)$, es decir que el valor de x es 0 y el valor de Y es 3. El foco se ubica entonces en el eje de las Y positivas, exactamente en el valor 3.

Esto indica que el eje focal coincide con el eje de las Y . Si observamos el cuadro de arriba (Cuadro N°1), podemos apreciar que cuando se da esta situación las coordenadas del foco son $F(0, P)$, por lo tanto el valor de P es 3.

Ya tenemos entonces los dos datos necesarios para escribir la ecuación de la parábola, es decir:

$$V(0, 0) \text{ y } P=3$$

Cuando el eje focal coincide con el eje de las Y , la ecuación de la parábola es $x^2 = 4py$

Si reemplazamos en dicha ecuación por el valor de P , tenemos que:

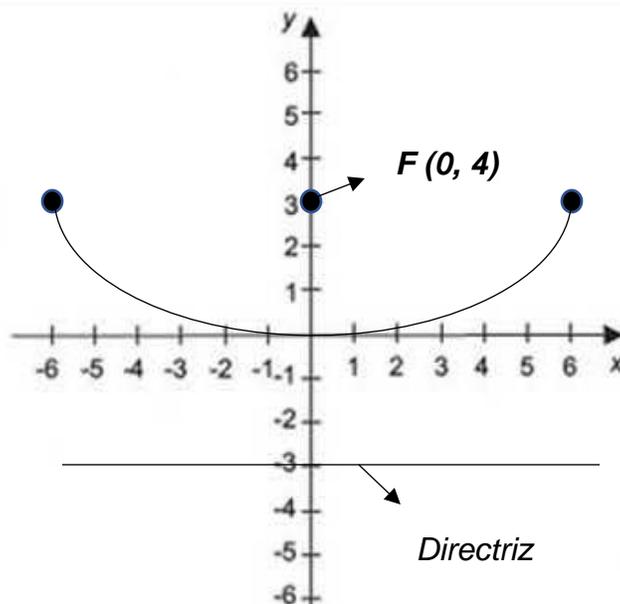
$$x^2 = 4py$$

$$x^2 = 4(3)y$$

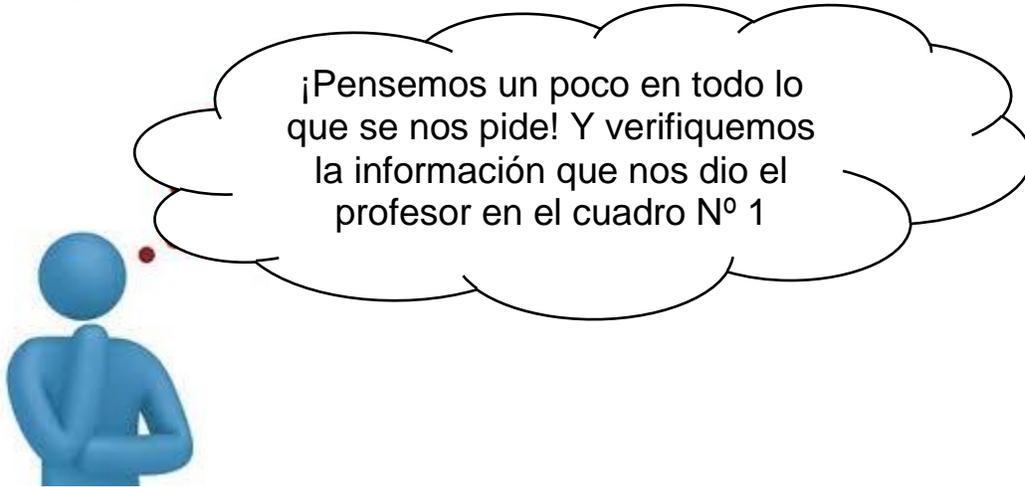
$$x^2 = 12y$$

De esta forma, esta es la ecuación de la parábola para los datos dados

Ahora podemos graficar la parábola:



Ejemplo Nº 2. Determine la ecuación y elementos de la parábola (vértice, foco, lado recto, ecuación de la directriz) sabiendo que tiene vértice en el origen, y la directriz pasa por el punto $x = - 2$.



Si la parábola tiene como vértice el origen quiere decir las coordenadas del origen son $V(0, 0)$. La recta directriz pasa por el punto $x = - 2$. Si observo el cuadro Nº 1, puedo ver que cuando el eje focal coincide con el eje x , la ecuación de la directriz es $x = - P$, por lo tanto, el valor de P es 2.

Determinaremos entonces los elementos solicitados:

Vértice: $V(0, 0)$

Foco: $F(P, 0) = F(2, 0)$

Lado recto: $|4p| = |4(2)| = |8| = 8$

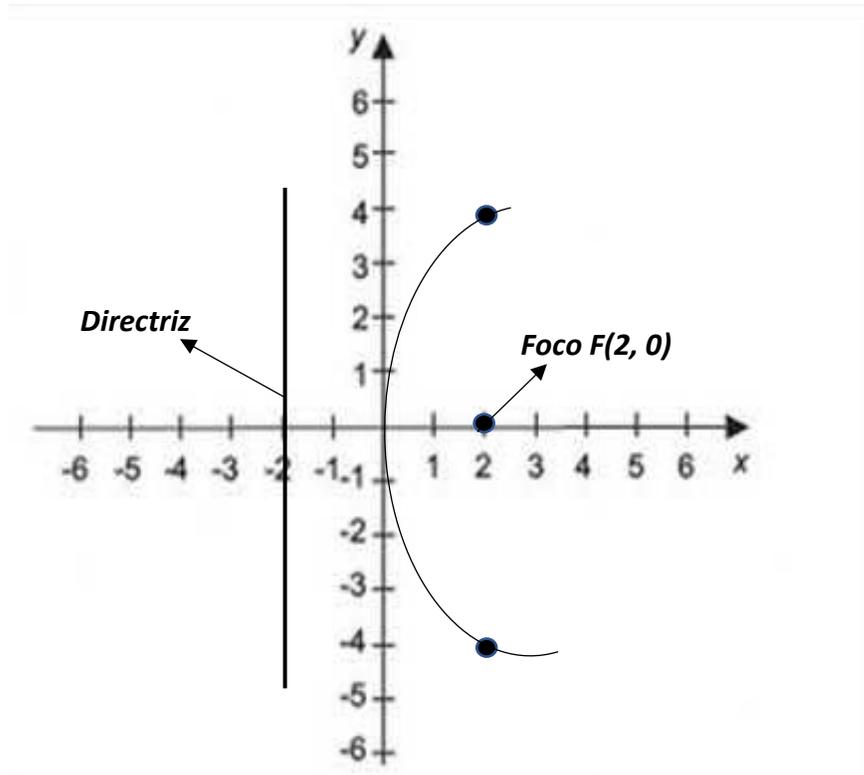
Ecuación directriz: $x = - p$
 $x = - (2)$
 $x = - 2$

Ecuación de la parábola:

$$y^2 = 4px$$

$$y^2 = 4(2)x$$

$$y^2 = 8x$$



EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE**TALLER N° 1**

Tomando en cuenta la información brindada y los ejemplos desarrollados, resuelva los siguientes problemas sobre la parábola.

1. Determine la ecuación de la parábola que tiene vértice $V(0, 0)$. Las coordenadas del foco son $F(0, 4)$. Grafique.
2. Determine la ecuación de la parábola que tiene vértice $V(0, 0)$. Las coordenadas del foco son $F(0, -5)$. Grafique.
3. Encuentre la ecuación y elementos de la parábola (vértice, foco, lado recto, ecuación de la directriz) sabiendo que tiene vértice en el origen, y la directriz pasa por el punto $x = 3$.
4. Encuentre la ecuación y elementos de la parábola (vértice, foco, lado recto, ecuación de la directriz) sabiendo que tiene vértice en el origen, y la directriz pasa por el punto $x = -6$.
5. Encuentre la ecuación y elementos de la parábola (vértice, foco, lado recto, ecuación de la directriz) sabiendo que tiene vértice en el origen, y el lado recto mide 8.



Importante: recuerda que el lado recto LR, está dado por: $|4p|$