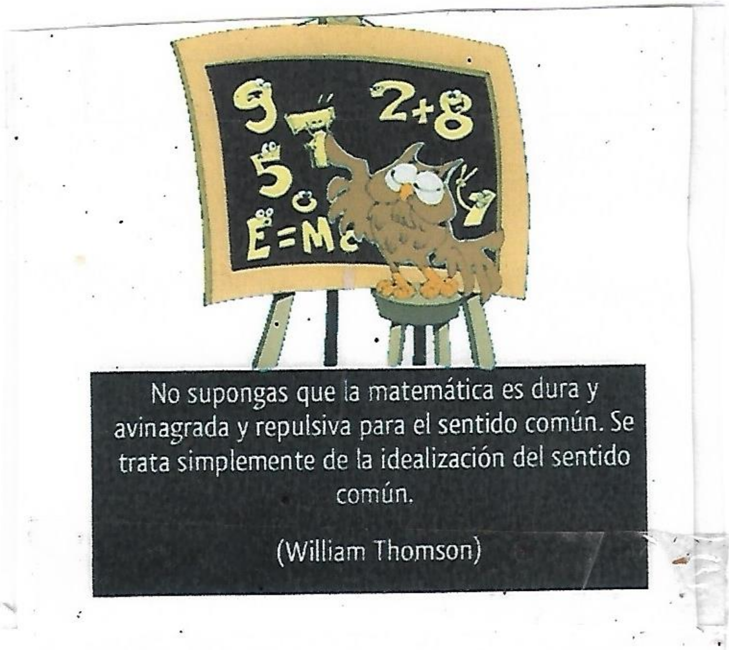
Ministerio de Educación
Dirección Regional de Educación Particular
Centro Educativo Bellas Luces

Módulo de Autoistrucción

Grupo. Matemática 10º Ciencias

Profa. Miriam Baùles B.



Fecha de entrega 1 de abril de 2020
Nombre del Estudiante: ____________________

Tema: Potenciación y Radicación

Potenciación y Radicación

La potencia de un número real es el resultado de multiplicar ese número por si mismo tantas veces como indica el exponente

Si $a \in \mathbb{R}$ y $n \in \mathbb{N}$ $\quad a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots\ldots a}_{n \text{ veces } a}$

$$\underset{\text{base}}{a}^{\overset{\text{exponente}}{n}} = b \longrightarrow \text{potencia}$$

Aplicando las propiedades de potenciación resuelva las siguientes operaciones

Ejercicio # 1 . Valor 20 puntos

1. $9^2 \cdot 9^3 - \frac{6^5}{6^2} + (-3)^5$
2. $a^5 \cdot a^{-8} \cdot a^5 =$
3. $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \left(\frac{3}{5}\right)^{-5} \left(\frac{3}{5}\right)^7 =$
4. $(-4a^3b^7)^5 =$
5. $3^2 \cdot 3^3 + (135)^0 + (-5)^3 + (-6)^2$
6. $2^{-8} \cdot 6^2$
7. $2^{-3} + 4^{-2} + 8^{-1}$
8. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} =$
9. $\frac{8^5 x^4 y^2}{8^3 x^2 y^2} =$
10. $\frac{6^2}{2^2} + 15^0 + (-2)^3$

Un radical es una potencia con exponente fraccionario, donde el numerador es el exponente y el denominador es el índice de la raíz

* Cuando el exponente es 1 y el índice es 2 no se escribe

Forma de Potencia	Forma de radical
$9^{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{9}$
$2^{3/4}$	$\sqrt[4]{2^3}$
$(2a^2)^{\frac{1}{5}}$	$\sqrt[5]{2a^2}$
$128^{\frac{3}{4}}$	$\sqrt[4]{128^3}$
$(3b)^{-\frac{1}{3}}$	$\frac{1}{(3b)^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3b}}$
$(5m)^{-\frac{2}{3}}$	$\frac{1}{(5m)^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{(5m)^2}}$
$\left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{3}{5}}$	$\frac{1}{\sqrt[5]{\left(\frac{2}{3}\right)^3}}$

Ejercicio #2

I. Exprese cada potencia en forma de radical

① $5^{\frac{1}{3}}$ ____________

② $m^{5/4}$ ____________

③ $(3x^2)^{-\frac{3}{4}}$ ____________

④ $(2-x)^{\frac{1}{2}} =$

⑤ $628^{\frac{2}{7}}$

II Expre cada raíz en forma de potencia

① $\sqrt{17} =$ ____________

② $\sqrt[4]{25} =$ ____________

③ $\sqrt[7]{y^5} =$

④ $\sqrt[6]{2x^3} =$ ____________

⑤ $\frac{1}{\sqrt[3]{(6x)^2}} =$ ____________

Determinar la raíz n-ésima de números que tienen raíces exactas. Los exponentes se dividen entre el índice del radical.

Ejemplo:

(1) $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$ porque $4 \times 4 = 16$

(2) $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$ porque $2 \times 2 \times 2 = 8$

(3) $\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$ porque $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

(4) $\sqrt[3]{125a^3b^6} = \sqrt[3]{5^3a^3b^6} = 5ab^2$ porque $5 \times 5 \times 5 = 125$

(5) $\sqrt{\frac{4}{25}} = \sqrt{\frac{2^2}{5^2}} = \frac{2}{5}$ porque $2 \times 2 = 4$ y $5 \times 5 = 25$

Ejercicio #3

Determine la raíz-ésima de números que tienen raíces exactas. Valor 15 puntos

(1) $\sqrt[5]{32} =$

(2) $\sqrt{64} =$

(3) $\sqrt[7]{128}$

(4) $\sqrt[3]{\frac{125}{8}}$

(5) $\sqrt[4]{81}$

(6) $\sqrt[3]{27m^9n^{12}} =$

(7) $\sqrt{49a^2} =$

(8) $\sqrt{36x^4y^6}$

(9) $\sqrt[6]{64a^{12}}$

(10) $\sqrt[3]{\frac{216}{27}}$

Reglas del Redondeo.

a) Si la cifra a eliminar es menor que 5, se procede a su eliminación

Ejemplo: 236.64 ⟶ 236.6 décimo

b) Si la cifra a eliminar es mayor que 5, se aumenta en una unidad la última cifra retenida

Ejemplo: 67.48 ⟶ 67.5 décimo

c) Si la cifra a eliminar es 5 y la que le antecede es impar, se aumenta ésta en una unidad y si es par se deja como está

Ejemplo: 138.75 ⟶ 138.8 aumenta

138.65 ⟶ 138.6 no aumenta

Ejercicio #4

Con ayuda de la calculadora saque la raiz cuadrada de los siguientes numeros y aplique la Regla del Redondeo

Escriba la raíz con (3) decimales y luego redonde.

Número en Raíz	Raíz Cuadrada	Redondeo a Décimales	Redondeo a Centésimos
$\sqrt{275}$	16.583	16.4	16.58
$\sqrt{563}$	23.727	23.7	23.73
$\sqrt{237}$			
$\sqrt{1407}$			
$\sqrt{87}$			
$\sqrt{17}$			
$\sqrt{29}$			

Simplificación de Radicales mediante la extracción de factores.

En una expresión radical completamente simplificada el subradical no debe tener factores con exponentes iguales o mayores que el índice del radical. Para lograr esto, algunas veces es necesario extraer factores del subradical, así:

índice

Coeficiente ← $K\sqrt[n]{a} = b$ → raíz

subradical

Ejemplo:

1) $2\sqrt[4]{64m^{10}}$

$2\sqrt[4]{2^4 \cdot 2^2 m^8 m^2}$

$2(2m^2)\sqrt[4]{2^2 m^2}$

$4m^2\sqrt[4]{4m^2}$

$$\begin{array}{r|l} 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$4 \div 4 = 1$
$8 \div 4 = 2$

1. Se factoriza el subradical
2. Si el exponente es divisible por el índice del subradical se hace
3. Si el exponente es mayor que el índice del subradical se descompone por el máximo común divisor de ambos.

2) $\sqrt{12a^5}$

$\sqrt{2^2 \cdot 3a^4 \cdot a^1}$

$2a^2\sqrt{3a}$

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 2^2$$

$a^4 \cdot a^1 = a^5$

$2 \div 2 = 1$ exponente $\div$ índice
$4 \div 2 = 2$

3) $-7\sqrt[6]{x^{15}}$

$-7\sqrt[6]{x^{12}\cdot x^{3}}$

el exponente se descompone en el máximo común divisor. es decir,

4) $\frac{2}{3}a^{2}\sqrt[3]{54a^{5}b^{3}}$

$\frac{2}{3}a^{2}\sqrt[3]{3^{3}\cdot 2a^{3}\cdot a^{2}b^{3}}$

$\frac{2}{3}a^{2}(3ab)\sqrt[3]{2a^{2}}$

$\frac{6}{3}a^{2+1}b\sqrt[3]{2a^{2}}$

$2a^{3}b\sqrt[3]{2a^{2}}$

$$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 3^{3}$$

5) $\sqrt[4]{\frac{32m^{4}n^{5}}{243m^{2}}}$

$\sqrt[4]{\frac{2^{4}\cdot 2m^{4}n^{4}\cdot n}{3^{4}m^{2}}}$

$\sqrt[4]{\frac{2^{4}\cdot 2m^{2}n^{4}\cdot n}{3^{4}}}$

$\frac{2}{3}n\sqrt[3]{m^{2}\cdot n}$

$$\begin{array}{r|l} 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \quad 2^{4} \qquad \begin{array}{r|l} 243 & 3 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 3^{4}$$

* los exponentes de m se restan
* los exponentes que quedan dentro del radical deben ser menores que el índice

Ejercicio #5

Simplifique los siguientes radicales mediante la extracción de factores.

1. $2\sqrt[3]{27p^5} =$

2. $-2\sqrt[4]{32m^{11}}$

3. $5\sqrt[3]{64m^6n^5}$

4. $\dfrac{\sqrt[4]{16x^6y^6}}{2}$

5. $\sqrt{72x^3y^5}$

6. $\frac{1}{2}\sqrt[4]{256x^5y^9}$

7. $\sqrt[3]{24m^8}$

8. $\frac{2}{3}\sqrt[3]{375a^7}$

9. $\sqrt{45m^7n^3}$

10. $\frac{1}{4}\sqrt[4]{256x^5y^9}$

Suma y resta de radicales Semejantes y no semejantes

a) Radicales Semejantes

Dos o más radicales son semejantes si tienen el mismo índice y el mismo subradical. Por ejemplo:

① $\sqrt[3]{5a^2b} \quad , \quad -5\sqrt[3]{5a^2b}$

② $3\sqrt{3xy^2} \quad , \quad 2\sqrt{3xy^2} \quad , \quad -5\sqrt{3y^2x}$

El orden de los factores del subradical puede variar

Sume los siguientes Radicales semejantes

① $8\sqrt[3]{2m^2} + 3\sqrt[3]{2m^2} - 5\sqrt[3]{2m^2}$

$(8+3-5)\sqrt[3]{2m^2}$ se agrupan los coeficientes

$(11-5)\sqrt[3]{2m^2}$ y se suman o restan según su signo

$6\sqrt[3]{2m^2}$

② $6\sqrt{3x} + 8\sqrt{2y} - 3\sqrt{3x} - 4\sqrt{2y}$

$(6-3)\sqrt{3x} + (8-4)\sqrt{2y}$ se agrupa los semejantes

$3\sqrt{3x} + 4\sqrt{2y}$

③ $\frac{2}{3}\sqrt[5]{5a} + \frac{1}{2}\sqrt[5]{5a} - \frac{3}{4}\sqrt[5]{5a}$

$\left(\overset{(4)}{\frac{2}{3}} + \overset{(6)}{\frac{1}{2}} - \overset{(3)}{\frac{3}{4}}\right)\sqrt[5]{5a}$ se busca el m.c.m de

$\left(\frac{8+6-9}{12}\right)\sqrt[5]{5a}$

$$\begin{array}{c|c} 2-3-4 & 2 \\ 1-3-2 & 2 \\ 1-3-1 & 3 \\ 1-1-1 & \end{array} \; 12$$

$\frac{5}{12}\sqrt[5]{5a}$

③ $\sqrt{24b^5c^3} - 5b^2c\sqrt{6bc}$

$\sqrt{2^2\cdot 6b^4b^1c^2c^1} - 5b^2c\sqrt{6bc}$

$2\,b^2c\sqrt{6bc} - 5b^2c\sqrt{6bc}$

$(2-5)\,b^2c\sqrt{6bc}$

$-3\,b^2c\sqrt{6bc}$

$$\begin{array}{r|ll} 24 & 2 & \\ 12 & 2 & 2^2 \\ 6 & 2 & \\ 3 & 3 & 6 \\ 1 & & \end{array}$$

Recuerde que se divide el exponente del subradical ente el índice

④ $\dfrac{\sqrt[3]{8a^5}}{3} + \dfrac{a\sqrt[3]{a^2}}{4}$

$\dfrac{\sqrt[3]{2^3a^3a^2}}{3} + \dfrac{a\sqrt[3]{a^2}}{4}$

$\dfrac{2a\sqrt[3]{a^2}}{3} + \dfrac{a\sqrt[3]{a^2}}{4}$

$\left(\overset{(4)}{\dfrac{2}{3}} + \overset{(3)}{\dfrac{1}{4}}\right)a\sqrt[3]{a^2}$

$\left(\dfrac{8+3}{12}\right)a\sqrt[3]{a^2}$

$\dfrac{11}{12}\,a\sqrt[3]{a^2}$

b) Suma y resta de radicales que necesitan ser simplificados para luego efectuarse la operación ya que se convierten en semajantes

Ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \quad 2^2$$

① $5\sqrt{8} + 2\sqrt{2}$

$5\sqrt{2^2 \cdot 2} + 2\sqrt{2}$

$5 \cdot 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$

$10\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$

$(10+2)\sqrt{2}$

$12\sqrt{2}$

② $-7\sqrt[3]{x^2y} - 4\sqrt[3]{27x^2y}$

$$\begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad 3^3$$

$-7\sqrt[3]{x^2y} - 4\sqrt[3]{3^3x^2y}$

$-7\sqrt[3]{x^2y} - 4 \cdot 3\sqrt[3]{x^2y}$

$-7\sqrt[3]{x^2y} - 12\sqrt[3]{x^2y}$

$(-7-12)\sqrt[3]{x^2y}$

$-19\sqrt[3]{x^2y}$

c) Odición y Sustracción de Radicales no todos semejantes

Si en un radical o en una sustracción no todos los radicales son semejantes, entonces se deja indicada la operación. Se suman los radicales que si son semejantes.

Ejemplo

① $6\sqrt[3]{2b} + 7\sqrt{5a} - \sqrt[3]{2b}$

$7\sqrt{5a} + (6-1)\sqrt[3]{2b}$

$7\sqrt{5a} + 5\sqrt[3]{2b}$

② $5\sqrt[4]{3x} - 8\sqrt[4]{5x} + 2\sqrt[4]{5x}$

$5\sqrt[4]{3x} + (-8+2)\sqrt[4]{5x}$

$5\sqrt[4]{3x} - 6\sqrt[4]{5x}$

③ $\frac{2}{3}\sqrt{5m} + \frac{1}{2}\sqrt{2x} + \frac{3}{4}\sqrt{7m}$

como ninguno es semejante se deja así ya que tampoco se pueden simplificar

Práctica # 6

a) Suma y resta de Radicales

① $7\sqrt[3]{5a} + 2\sqrt[3]{5a} - 5\sqrt[3]{5a}$

② $8\sqrt[5]{3x^2y} + 3\sqrt[4]{2x^3y^2} - 4\sqrt[5]{3x^2y} + 7\sqrt[4]{2x^3y^2}$

③ $\frac{3}{2}\sqrt{7m} + \frac{7}{4}\sqrt{7m} - \frac{5}{12}\sqrt{7m}$

④ $6\sqrt{2a} + 8\sqrt{2a} - 3\sqrt{2a} + 2\sqrt{2a}$

⑤ $7\sqrt[4]{2b} + \sqrt[3]{3a} - 6\sqrt[3]{3a}$

b) Simplifique los siguientes radicales y luego Sume y reste.

① $3\sqrt{20} + 2\sqrt{45} - \sqrt{125}$

② $4\sqrt{m^2y} - 8m\sqrt{y} + 5\sqrt{ym^2}$

③ $\sqrt[3]{16a} + 5\sqrt[3]{2a} - 8\sqrt[3]{54a}$

④ $\frac{2}{3}b\sqrt[4]{a^6b^4} - \frac{5}{6}a\sqrt[4]{a^2b^8}$

⑤ $\sqrt{8m} + 2\sqrt{24m} - 5\sqrt{18m} - 5\sqrt{6m}$