

PRESENTACIÓN

Apreciados estudiantes, con el fin de contribuir al desarrollo de sus conocimientos y habilidades, se les presenta este módulo, el cual contiene algunos temas correspondientes al primer trimestre del año lectivo 2020.

Espero de esta manera que aproveches al máximo la oportunidad y pongas en práctica los conocimientos que has recibido hasta este momento.

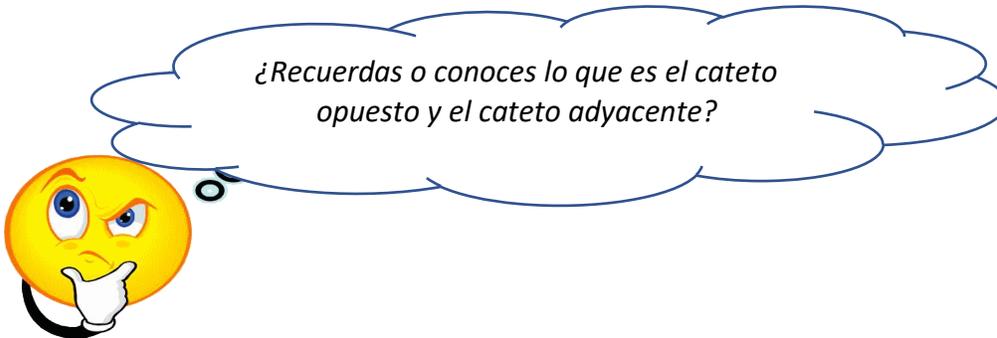
El objetivo que debes alcanzar con estos temas es el siguiente:

- Aplica la trigonometría al resolver problemas de la vida cotidiana relacionada con los triángulos.

Ahora te presento algunas reglas y principios que te facilitarán el estudio de este curso y logres a ser el mejor participante del curso.

- 1- Lee cuidadosamente el contenido programático.
- 2- Sigue las indicaciones señaladas.
- 3- Recuerda que la Matemática está basada en (pasos y reglas).
- 4- Cualquiera duda consúltalo con tú Facilitador.
- 5- Realiza cuidadosamente tus anotaciones.
- 6- Y recuerda

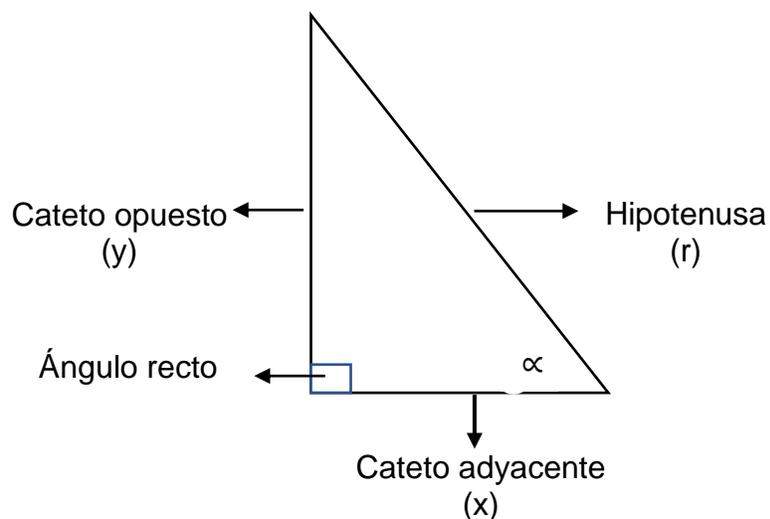
“Sin sacrificio no hay victoria, y que todo se logra a base del esfuerzo”

Tema Nº 2. Razones trigonométricas en triángulos rectángulos.**Razones trigonométricas básicas.**

Refresquemos la memoria.

Lo primero que debes recordar es que estos términos están asociados a un triángulo rectángulo.

Otro aspecto que debes recordar es que un triángulo rectángulo es aquel que tiene un ángulo recto (90°) y dos ángulos agudos (menores de 90°).



Los lados que forman el ángulo se denominan catetos y el lado opuesto al ángulo recto se denomina hipotenusa.

Si α es un ángulo agudo de un triángulo rectángulo, el cateto que está en uno de los lados de α se llama **cateto adyacente** a α ; mientras que el cateto que se encuentra al frente del ángulo α se denomina **cateto opuesto** a α .

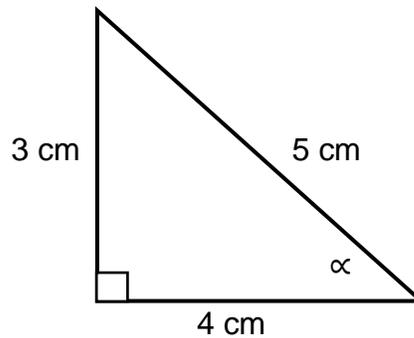
Las razones trigonométricas.

Existen seis razones que se pueden plantear entre las medidas de los lados de un triángulo rectángulo. Estas razones se denominan razones trigonométricas. Cada una recibe un nombre distinto según el ángulo que se seleccione. Por ejemplo, tomando en consideración el triángulo anterior, si α es un ángulo agudo de un triángulo rectángulo, las 6 razones trigonométricas se definen así:

Seno (Sen)	$\text{Sen } \alpha = \frac{\text{Cateto opuesto a } \alpha}{\text{Hipotenusa}}$	$\text{Sen } \alpha = \frac{y}{r}$
Coseno (Cos)	$\text{Cos } \alpha = \frac{\text{Cateto adyacente a } \alpha}{\text{Hipotenusa}}$	$\text{Cos } \alpha = \frac{x}{r}$
Tangente (Tan)	$\text{Tan } \alpha = \frac{\text{Cateto opuesto a } \alpha}{\text{Cateto adyacente a } \alpha.}$	$\text{Tan } \alpha = \frac{y}{x}$
Cotangente (Cot)	$\text{Cot } \alpha = \frac{\text{Cateto adyacente a } \alpha}{\text{Cateto opuesto a } \alpha.}$	$\text{Cot } \alpha = \frac{x}{y}$
Secante (Sec)	$\text{Sec } \alpha = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto adyacente a } \alpha.}$	$\text{Sec } \alpha = \frac{r}{x}$
Cosecante (Csc)	$\text{Csc } \alpha = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto opuesto a } \alpha.}$	$\text{Csc } \alpha = \frac{r}{y}$



Ejemplo N° 1. Determinar las razones trigonométricas básicas del ángulo α , según el triángulo que se presenta a continuación



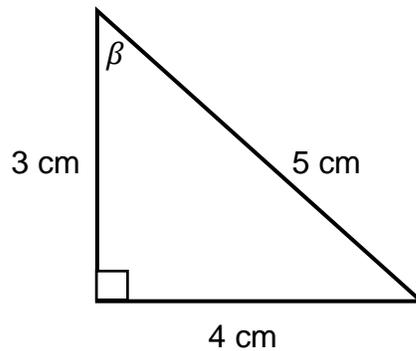
Solución: Retomando el cuadro anterior, los valores de las funciones serán los siguientes:

$\text{Sen } \alpha = \frac{\text{Cateto opuesto a } \alpha}{\text{Hipotenusa}}$	$\text{Sen } \alpha = \frac{y}{r}$	$\text{Sen } \alpha = \frac{3}{5}$
$\text{Cos } \alpha = \frac{\text{Cateto adyacente a } \alpha}{\text{Hipotenusa}}$	$\text{Cos } \alpha = \frac{x}{r}$	$\text{Cos } \alpha = \frac{4}{5}$
$\text{Tan } \alpha = \frac{\text{Cateto opuesto a } \alpha}{\text{Cateto adyacente a } \alpha.}$	$\text{Tan } \alpha = \frac{y}{x}$	$\text{Tan } \alpha = \frac{3}{4}$
$\text{Cot } \alpha = \frac{\text{Cateto adyacente a } \alpha}{\text{Cateto opuesto a } \alpha.}$	$\text{Cot } \alpha = \frac{x}{y}$	$\text{Cot } \alpha = \frac{4}{3}$
$\text{Sec } \alpha = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto adyacente a } \alpha.}$	$\text{Sec } \alpha = \frac{r}{x}$	$\text{Sec } \alpha = \frac{5}{4}$
$\text{Csc } \alpha = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto opuesto a } \alpha.}$	$\text{Csc } \alpha = \frac{r}{y}$	$\text{Csc } \alpha = \frac{5}{3}$



Recuerda que las funciones están definidas según la posición en que se encuentre el ángulo

Ejemplo N° 2. Si tomamos como referencia el mismo triángulo del ejemplo anterior, determinar las razones trigonométricas básicas del ángulo β , según el triángulo que se presenta a continuación:



Solución:

$\text{Sen } \beta = \frac{\text{Cateto opuesto a } \alpha}{\text{Hipotenusa}}$	$\text{Sen } \beta = \frac{y}{r}$	$\text{Sen } \beta = \frac{4}{5}$
$\text{Cos } \beta = \frac{\text{Cateto adyacente a } \alpha}{\text{Hipotenusa}}$	$\text{Cos } \beta = \frac{x}{r}$	$\text{Cos } \beta = \frac{3}{5}$
$\text{Tan } \beta = \frac{\text{Cateto opuesto a } \alpha}{\text{Cateto adyacente a } \alpha.}$	$\text{Tan } \beta = \frac{y}{x}$	$\text{Tan } \beta = \frac{4}{3}$
$\text{Cot } \beta = \frac{\text{Cateto adyacente a } \alpha}{\text{Cateto opuesto a } \alpha.}$	$\text{Cot } \beta = \frac{x}{y}$	$\text{Cot } \beta = \frac{3}{4}$
$\text{Sec } \beta = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto adyacente a } \alpha.}$	$\text{Sec } \beta = \frac{r}{x}$	$\text{Sec } \beta = \frac{5}{3}$
$\text{Csc } \beta = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto opuesto a } \alpha.}$	$\text{Csc } \beta = \frac{r}{y}$	$\text{Csc } \beta = \frac{5}{4}$



Ahora te corresponde trabajar a ti!
El taller N°1 consiste en resolver los ejercicios que están marcados con ganchos en las siguientes copias.

Determinar el valor del lado desconocido, conociendo el valor de dos de ellos.

En ocasiones para determinar el valor de las funciones trigonométricas necesitamos encontrar el valor de uno de los lados conociendo el valor de dos de ellos. Para esto debemos tomar en consideración las siguientes fórmulas:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Para encontrar el valor de r

$$x = \sqrt{r^2 - y^2}$$

Para encontrar el valor de x

$$y = \sqrt{r^2 - x^2}$$

Para encontrar el valor de y

Ejemplo N° 1: Encuentre el valor de las funciones trigonométricas para el ángulo α sabiendo que $x = 3$; $y = 4$

Lo primero que debo determinar es cuáles de las letras tienen valor y cual valor desconozco.

En el ejemplo podemos ver que los valores son:

$$X = 3$$

$$Y = 4$$

Se desconoce el valor de r.

Una vez determinada la letra que no tiene valor, identificamos la fórmula que se debe utilizar y reemplazamos en ella.

Como se desconoce el valor de r, la fórmula a utilizar es la siguiente:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Reemplazando los valores conocidos tenemos que:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(3)^2 + (4)^2}$$

$$r = \sqrt{9 + 16}$$

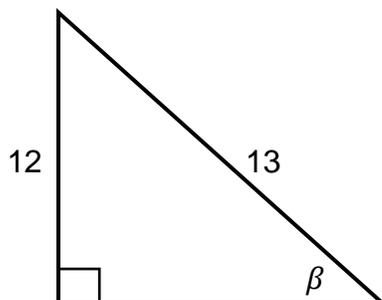
$$r = \sqrt{25}$$

$$r = 5$$

Como ya conocemos el valor de las tres letras, procedemos a establecer el valor de las seis funciones trigonométricas.

$\text{Sen } \alpha = \frac{4}{5}$
$\text{Cos } \alpha = \frac{3}{5}$
$\text{Tan } \alpha = \frac{4}{3}$
$\text{Cot } \alpha = \frac{3}{4}$
$\text{Sec } \alpha = \frac{5}{3}$
$\text{Csc } \alpha = \frac{5}{4}$

Ejemplo Nº 2. Tomando en cuenta la siguiente figura en la cual se muestra el valor de dos de los lados de triángulo, calcule el valor de la letra faltante y determine el valor de las seis funciones trigonométricas para el ángulo β .



$\text{Sen } \alpha = \frac{12}{13}$
$\text{Cos } \alpha = \frac{5}{13}$
$\text{Tan } \alpha = \frac{12}{5}$
$\text{Cot } \alpha = \frac{5}{12}$
$\text{Sec } \alpha = \frac{13}{5}$
$\text{Csc } \alpha = \frac{13}{12}$

Observamos el triángulo inicial podemos determinar que el valor de $y = 12$, el valor de $r = 13$, desconocemos el valor de x . De esta forma procedemos a calcularla.

$$x = \sqrt{r^2 - y^2}$$

$$x = \sqrt{(13)^2 - (12)^2}$$

$$x = \sqrt{169 - 144}$$

$$x = \sqrt{25}$$

$$x = 5$$

EXPERIENCIAS DE APRENDIZAJE

TALLER N° 2

Tomando en consideración la información proporcionada, desarrolle los siguientes ejercicios.

I. Calcule el valor de la letra que falta y determine el valor de las seis funciones trigonométricas para el ángulo θ .

a) $x = 15$; $r = 17$; $y = ?$

b) $x = 12$; $y = 16$; $r = ?$

c) $y = 9$; $r = 15$; $x = ?$

II. En las copias que siguen a continuación desarrolle los ejercicios que tienen gancho.