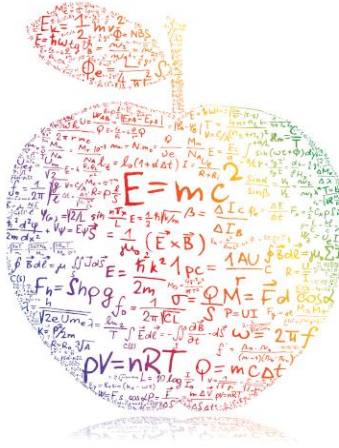


Ministerio de Educación
Educación Particular
Centro Educativo Bellas Luces
Módulo #2 Matemáticas
11º Grado A - Mención Comercio
Del 6 al 17 de julio



SISTEMAS DE ECUACIONES

Profesor Juan Guillén

Fecha de entrega: viernes 17 de julio de 2020

Enviar al correo electrónico: jddgg@hotmail.com

Indicaciones: Realizar las actividades en el cuaderno. Identificar con nombre, apellido y grado antes de enviar las fotos al correo electrónico. Cada asignación debe ser hecha con puño y letra del estudiante. Cualquier consulta no duden en escribirme al correo electrónico.

Objetivos: Aplica los métodos de solución de sistemas de ecuaciones para determinar las raíces que las satisfacen. Traduce problemas del entorno al lenguaje matemático para ser resueltos, demostrando perseverancia, razonamiento lógico y creatividad.

SISTEMAS DE ECUACIONES Y PROBLEMAS

No todas las situaciones cotidianas simples se pueden plantear y resolver utilizando solo una ecuación lineal, en ocasiones hay más de una incógnita y se necesita más de una ecuación.

Ejemplo:

Un electricista y su ayudante son contratados para resolver un pequeño desperfecto. Después de resolverlo, cobran \$ 20.000. Al repartirse el dinero, la diferencia entre el electricista y su ayudante es de \$ 8.000, **¿cuánto dinero recibe cada uno?**

En este caso es claro que hay dos incógnitas, x : cantidad de dinero recibida por el electricista e y : cantidad de dinero recibida por el ayudante.

Al releer el enunciado del problema es posible establecer 2 relaciones entre las incógnitas:

- Han cobrado \$20.000, esto es: $x + y = 20.000$
- La diferencia entre lo que han recibido es \$8.000, esto es: $x - y = 8.000$

Las ecuaciones anteriores conforman un sistema de 2 ecuaciones y dos incógnitas que se escribe de la siguiente manera:

$$x + y = 20.000$$

$$x - y = 8.000$$



RESOLUCIÓN DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES

Para resolver sistemas de ecuaciones existen variados métodos, entre los más usuales están la reducción, la sustitución y la igualación.



MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

El método de sustitución consiste en tomar una de las ecuaciones del sistema y en ella despejar una incógnita, en términos de la otra, luego reemplazar esa incógnita en la otra ecuación. El sistema original de dos ecuaciones se convierte en solo una ecuación lineal, la que se resuelve. El valor determinado se reemplaza en la ecuación con la que se inició el trabajo.

Ejemplo:

Resolveremos el siguiente sistema de ecuaciones mediante sustitución:

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ 2x + 3y = 22 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x + y &= 9 \\ x &= 9 - y \end{aligned}$$

← Despejamos x en la ecuación 1

$$2x + 3y = 22$$

← Consideramos ahora la ecuación 2

$$2(9 - y) + 3y = 22$$

← Introducimos la expresión de x en la ecuación 2

$$18 - 2y + 3y = 22$$

← Operamos el paréntesis aplicando la propiedad distributiva

$$18 + y = 22$$

← Reducimos términos semejantes

$$y = 22 - 18$$

← Despejamos y

$$y = 4$$

$$x = 9 - y$$

$$x = 9 - 4$$

$$x = 5$$

Para hallar el valor de x introducimos $y = 4$ en la expresión despejada de x

Por lo tanto $x = 5$, e $y = 4$

Respuesta: $x = 5$, $y = 4$



Actividad en el cuaderno

1) Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones. Use el método de sustitución.

$$\begin{cases} \text{a)} & x + 7y = 15 \\ & 4x + 3y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{c)} & x + 2y = 12 \\ & 2x - 9y = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{b)} & x + y = 6 \\ & 5x + 3y = 26 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{d)} & 3x - y = 1 \\ & 5x - 3y = -5 \end{cases}$$

MÉTODO DE IGUALACIÓN

Este método consiste en elegir una incógnita del sistema y despejarla de ambas ecuaciones en términos de la otra incógnita y luego igualarlas, convirtiendo el sistema de dos ecuaciones en solo una ecuación lineal, la que se resuelve. El valor de esa incógnita se reemplaza en una de las dos ecuaciones del sistema para obtener el valor de la otra incógnita:

Ejemplo:

Resolveremos el siguiente sistema de ecuaciones usando el método de igualación

$$\begin{array}{l} x + y = 25 \\ x + 2y = 33 \end{array}$$

Despejaremos la misma incógnita en ambas ecuaciones

$$x = 25 - y \quad \leftarrow \text{Despejando } x \text{ en la ecuación 1}$$

$$x = 33 - 2y \quad \leftarrow \text{Despejamos } x \text{ en la ecuación 2}$$

$$25 - y = 33 - 2y \quad \leftarrow \text{Igualamos las expresiones obtenidas, con lo que llegamos a una ecuación con una incógnita}$$

$$2y - y = 33 - 25 \quad \leftarrow \text{Resolvemos la ecuación}$$

$$y = 8$$

$$x = 25 - y$$

$$x = 25 - 8$$

$$x = 17$$

\leftarrow Sustituimos el valor obtenido de y en cualquiera de las dos ecuaciones en que aparecía despejada la incógnita x .

Respuesta: $x = 17, y = 8$

1) Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones. Use el método de igualación.

$$\begin{cases} a) & x - y = 6 \\ & 3x - 2y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b) & 4x - 9y = 12 \\ & 2x + 6y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c) & x - y = 0 \\ & 3x + 2y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d) & x - y = 1 \\ & 2x + y = 8 \end{cases}$$

SISTEMAS DE ECUACIONES Y PROBLEMAS

No todas las situaciones cotidianas simples se pueden plantear y resolver utilizando solo una ecuación lineal, en ocasiones hay más de una incógnita y se necesita más de una ecuación.

Ejemplo:

Un electricista y su ayudante son contratados para resolver un pequeño desperfecto. Después de resolverlo, cobran \$ 20.000. Al repartirse el dinero, la diferencia entre el electricista y su ayudante es de \$ 8.000, **¿cuánto dinero recibe cada uno?**



En este caso es claro que hay dos incógnitas, x : cantidad de dinero recibida por el electricista e y : cantidad de dinero recibida por el ayudante.

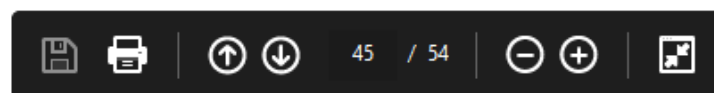
Al releer el enunciado del problema es posible establecer 2 relaciones entre las incógnitas:

- i. Han cobrado \$20.000, esto es: $x + y = 20.000$
- ii. La diferencia entre lo que han recibido es \$8.000, esto es: $x - y = 8.000$

Las ecuaciones anteriores conforman un sistema de 2 ecuaciones y dos incógnitas que se escribe de la siguiente manera:

$$x + y = 20.000$$

$$x - y = 8.000$$



MÉTODO DE REDUCCIÓN

Este método consiste en reducir el sistema de dos ecuaciones, a una sola ecuación, en la cual haya una sola incógnita realizando operaciones algebraicas y luego sumando o restando ambas ecuaciones como se muestra en los ejemplos siguientes.

Ejemplos:

1) Resolveremos el sistema de la situación del electricista y su ayudante:

$$\begin{array}{l} x + y = 20.000 \\ x - y = 8.000 \end{array}$$



Al observar el sistema, vemos que el término en y en ambas ecuaciones difiere solo en el signo, por lo que para eliminarlo, basta que sumemos las ecuaciones reduciéndose el sistema a una ecuación lineal.

$$2x + 0 = 28.000$$

$$2x = 28.000$$

$$x = 14.000$$

$$\begin{array}{l} x + y = 20.000 \\ 14.000 + y = 20.000 \\ y = 20.000 - 14.000 \end{array}$$

El valor de $x = 14.000$, ya calculado se reemplaza en una de las dos ecuaciones del sistema, lo que hace que la ecuación de dos variables, se convierta en una ecuación lineal simple, que al resolverse entrega el valor de $y = 6.000$.

$$y = 6.000$$

Respuesta: El electricista recibe \$ 14.000 y su ayudante \$ 6.000

2) resolver el siguiente sistema: $x + 3y = 14$
 $3x + 2y = 21$

Cuando los coeficientes son distintos en ambas ecuaciones, se procede igualando los coeficientes de la variable que se desea eliminar.

$$\begin{array}{l} x + 3y = 14 \\ 3x + 2y = 21 \end{array} \quad \begin{array}{l} / \cdot 3 \\ / \cdot (-1) \end{array}$$

Igualemos los coeficientes de x , multiplicando por 3 la ecuación 1 y por -1 la ecuación 2, para poder sumar y eliminar el término en x .

Por lo que el sistema se transforma en:

$$\begin{array}{l} 3x + 9y = 42 \\ -3x - 2y = -21 \end{array} \quad \begin{array}{l} \downarrow + \\ \downarrow + \end{array}$$

Eliminamos x , sumando las ecuaciones.

$$7y = 21$$
$$y = \frac{21}{7}$$

$$y = 3$$

$$\begin{array}{l} x + 3y = 14 \\ x + 3 \cdot 3 = 14 \\ x + 9 = 14 \\ x = 14 - 9 \end{array}$$

Sustituimos $y = 3$ en cualquiera de las ecuaciones iniciales para obtener el valor de x .

$$x = 5$$

Respuesta: $x = 5$ e $y = 3$



Actividad en el cuaderno

Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones usando el método de reducción.

$$\begin{cases} a) & x + y = 15 \\ & x - y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c) & x + y = 9 \\ & 2x - y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b) & 3x + 2y = 12 \\ & 5x - 3y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d) & 6y - 3x = 10 \\ & 4x - 3y = -6 \end{cases}$$



TIPS

Para resolver un sistema de ecuaciones, usted decide que método utilizar (Reducción, sustitución o igualación)



Actividad en el cuaderno

Resuelva cada situación planteada, utilizando el método de resolución de sistemas de ecuaciones que más le acomode:

- 1) La suma de dos números es 15 y su diferencia es 1, **¿cuáles son esos números?**
- 2) Si $\frac{1}{4}$ de un número se suma a $\frac{1}{3}$ de otro, el resultado es 9. Si se resta $\frac{1}{2}$ del segundo a los $\frac{5}{6}$ del primero, el resultado es 1.

¿Cuáles son estos números?

- 3) Si se suma 3 al numerador y 5 al denominador de una fracción, su valor resulta ser $\frac{4}{5}$. Si se resta 2 tanto al numerador como al denominador, se obtiene $\frac{5}{6}$.

¿Cuál es la fracción?

- 4) Un hombre tiene 7 años más que su esposa. Hace 10 años tenía el doble de la edad de ella, **¿cuántos años tiene él?**

- 5) Un curso planea ir a la piscina como paseo de fin de año. Los precios de las entradas son de \$ 1.500 para los varones y \$ 1.000 para las damas. Si se compraron 45 entradas y el gasto total fue de \$50.000, **¿cuántos varones fueron a la piscina?**

Recursos: Libro, cuaderno, lápiz, bolígrafo, aplicación Zoom.

Evaluación: Formativa.