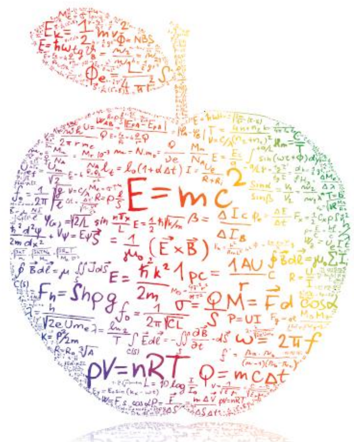
Ministerio de Educación
Educación Particular

Centro Educativo Bellas Luces

Módulo #4 Matemáticas

11º Grado A - Mención Ciencias
Del 5 al 14 de agosto



NÚMEROS COMPLEJOS

Profesor Juan Guillén
Fecha de entrega: viernes 14 de agosto de 2020
Enviar al correo electrónico: jddgq@hotmail.com

Indicaciones: Realizar las actividades en el cuaderno. Identificar con nombre, apellido y grado antes de enviar las fotos al correo electrónico. Cada asignación debe ser hecha con puño y letra del estudiante. Cualquier consulta no duden en escribirme al correo electrónico.

Objetivos: Aplica los métodos de solución de sistemas de ecuaciones para determinar las raíces que las satisfacen. Traduce problemas del entorno al lenguaje matemático para ser resueltos, demostrando perseverancia, razonamiento lógico y creatividad.

Inverso de un Número Complejo

El sistema de los números complejos tiene la propiedad de la existencia del inverso multiplicativo o recíproco para todo número distinto de cero. La propiedad del inverso multiplicativo se refiere a que para cada número.

z, distinto de cero, existe un número, llamado el inverso, denotado por z^{-1}, que cumple

$$z \cdot z^{-1} = 1$$

Ejemplo:

Encuentre el recíproco de 3−4i usando el conjugado. Exprese el recíproco en la forma binómica (representación estándar).

Solución

Escribir el inverso como $\frac{1}{a+bi}$ y multiplicar numerador y denominador por el conjugado del denominador.

$$\frac{1}{3-4i} = \frac{1}{3-4i} \cdot \frac{3+4i}{3+4i}$$

Aplicar el producto notable de una suma por su diferencia en el denominador, $(x+y)(x-y)=x^2-y^2$. Luego la potencia de un producto

$$\frac{3+4i}{3^2-(4i)^2} = \frac{3+4i}{3^2-4^2i^2}$$

Usar que $i^2=-1$

$$\frac{3+4i}{9-16(-1)} = \frac{3+4i}{9+16} = \frac{3+4i}{25}$$

Expresarlo en la forma binómica.

$$\frac{3}{25} + \frac{4i}{25} = \frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$$

Puede verificar comprobando que:

$$(3-4i) \cdot \left(\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i\right) = 1$$

Construcción de una ecuación de segundo grado a partir de sus soluciones

Vamos a ver ahora la manera en cómo se puede construir una ecuación de segundo grado cuando se conocen las soluciones.

Ejemplo

Las soluciones de la ecuación $x^2+2x-3=0$ son:

$x=1$ y $x-3$

Observemos ahora qué sucede cuando hacemos el producto $(x-x_1)\cdot(x-x_2)$

$(x-1)\cdot(x+3) = x^2-x+3x-3 = x^2+2x-3$

Hemos llegado pues a la ecuación original.

De manera que "el producto de equis menos una raíz por equis menos la otra raíz es igual a la ecuación de segundo grado que tiene como soluciones dichas raíces". Esto se cumple tanto para raíces reales como complejas.

Actividad:

Calcule el inverso de cada uno se los siguientes números complejos:

a) $3i$	$\left(Sol: -\frac{1}{3}i\right)$	**c)** $2+3i$	$\left(Sol: \frac{2}{13}-\frac{3}{13}i\right)$	**e)** $-2+i$	$\left(Sol: -\frac{2}{5}-\frac{1}{5}i\right)$
b) $1+i$	$\left(Sol: \frac{1}{2}-\frac{1}{2}i\right)$	**d)** $1-i$	$\left(Sol: \frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)$	**f)** i	$(Sol: -i)$

Hallar la ecuación cuadrática cuyas raíces sean:

a) $1\pm3i$ *(Soluc: $x^2-2x+10=0$)*

b) $5\pm2i$ *(Soluc: $x^2-10x+29=0$)*

c) $2+i$ y $3+5i$ *(Soluc: $x^2-(5+6i)x+1+13i=0$)*

d) $\pm i$ *(Soluc: $x^2+1=0$)*