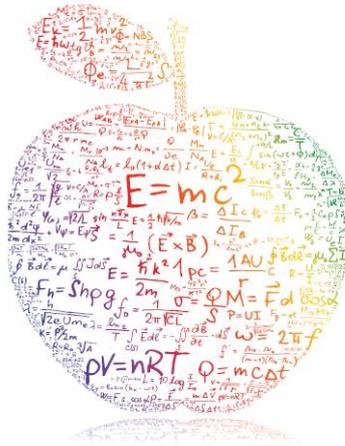


Ministerio de Educación
Educación Particular
Centro Educativo Bellas Luces
Módulo #4 Matemáticas
10º Grado A - Mención Comercio
Del 5 al 14 de agosto



RAZONES Y PROPORCIONES.

Profesor Juan Guillén

Fecha de entrega: viernes 14 de agosto de 2020

Enviar al correo electrónico: jddgq@hotmail.com

Indicaciones: Realizar las actividades en el cuaderno. Identificar con nombre, apellido y grado antes de enviar las fotos al correo electrónico. Cada asignación debe ser hecha con puño y letra del estudiante. Cualquier consulta no duden en escribirme al correo electrónico.

Objetivos: Aplica las operaciones básicas de números racionales en situaciones reales del área comercial. Utiliza las razones, resolver problemas tipo comercial. Determina regularidades en las secuencias numéricas y geométricas.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA

a es directamente proporcional a b si al aumentar a , b también aumenta manteniendo la proporcionalidad o si al disminuir a , b también disminuye manteniendo la proporcionalidad

En este día tan frío quiero cocinar una «crema a la reina»

Para cuatro personas debe agregar 30 gramos de harina y 2 huevos para que quede muy cremosa. Si llegan más personas debemos aumentar ingredientes en forma **proporcional**.



Ingredientes	4 personas	6 personas	8 personas	10	12
Harina (gramos)	30	45	60	75	X
Huevos	2	3	4	5	9
Harina/huevos	$30/2 = 15$	$45/3 = 15$	$60/4 = 15$	$75/5 = 15$	

ACTIVIDAD Lea detenidamente cada situación, determine las variables involucradas y escriba si son variables directamente proporcionales o no.

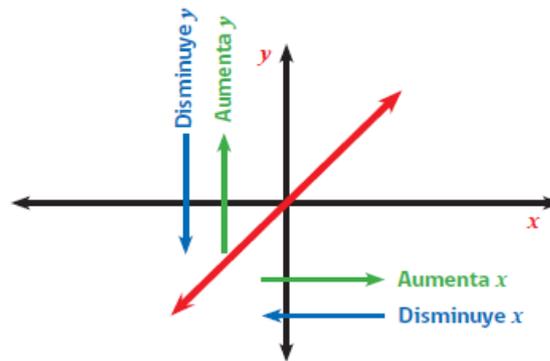
Situaciones	Variables	¿Son directamente proporcionales? ¿Por qué?
La cantidad de vocales de una palabra y la cantidad de consonantes de la misma palabra.		
La Fuerza aplicada a un cuerpo y la aceleración que adquiere (2 ^{da} Ley de Newton)		
La medida del lado de un cuadrado y su perímetro.		
La medida del radio de una circunferencia y su perímetro.		
El color de pelo y la estatura de los estudiantes de 2 ^{do} nivel de educación de adultos.		
Distancia recorrida por un automóvil y el tiempo que emplea en recorrerla a una velocidad constante.		
El número de hojas de un libro y su peso.		
Número de trabajadores de una faena y los días que demoran en construir un edificio.		

La grafica muestra el comportamiento que tienen dos variables directamente proporcionales, observe el comportamiento de la recta roja, si x aumenta, también lo hace y en la misma proporción, si x disminuye también lo hace y . De igual manera si y aumenta o disminuye, x lo hace también en la misma proporción.



Actividad en el cuaderno

Construye una tabla de valores y confeccione la gráfica de un móvil que se desplaza a razón de 20m/s.



ACTIVIDAD Desarrolle cada actividad indicada

1) La siguiente tabla muestra la edad de una madre y sus hijo según los años transcurridos a partir del año recién pasado.

Tiempo transcurrido en años	1	5	10	15
Edad del hijo	6	10	15	20
Edad de la madre	26	30	35	40

¿Son directamente proporcionales las edades?
¿Por qué?

.....

.....

.....

.....

.....



TIPS Para determinar la proporcionalidad debes calcular el valor de la razón entre las variables, si este valor se mantiene constante entonces las variables son proporcionales.

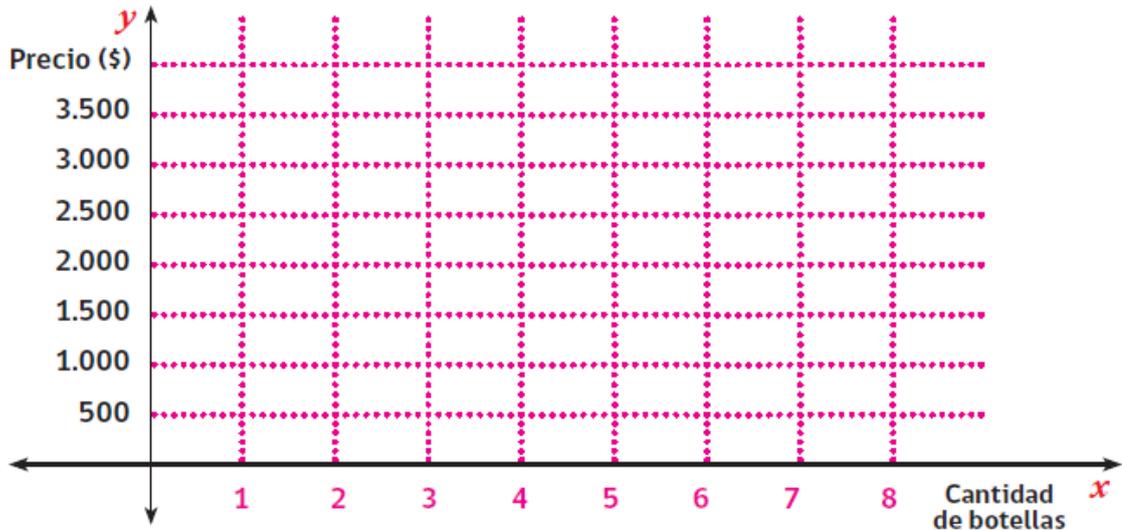


2) En días de mucho calor, el dueño del kiosco vende botellas de agua mineral. La cantidad de dinero que recaudará depende del número de botellas que venda. Complete la siguiente tabla:

Nº de botellas de agua mineral	1	2	5	8	12	17	24	48
Precio (\$)	500							



Con la información anterior grafique:



Responda:

a) ¿Cuál es la razón entre el precio y el número de botellas de agua vendidas?

.....

b) ¿Es constante?, ¿por qué?

.....

c) ¿La cantidad de dinero que recaudará y el número de botellas que venda son directamente proporcionales? ¿Por qué?

.....

d) ¿Cuánto costarán 6 botellas?, ¿y 33?

.....



CARACTERIZACIÓN DE LA PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Dos variables x e y , son directamente proporcionales si la razón entre ellas es constante cuando x es distinto de cero, es decir, $\frac{y}{x} = k$, donde k es la constante de proporcionalidad.



TIPS

La relación de proporcionalidad $\frac{y}{x} = k$, $x \neq 0$ se puede representar por $y = kx$, que además de representar una recta que pasa por el origen, sirve para modelar situaciones y problemas que involucran la proporcionalidad directa.



EJERCICIOS RESUELTOS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA

1) Tres metros de género valen \$ 6.000. ¿Cuánto valen once metros del mismo género?

Solución

a) Datos del problema:

Metros de género	Precio del género
3	6.000
11	x



x : Precio de once metros de género.

b) Analizar la proporcionalidad.

Una atenta lectura, permite determinar que: Si la variable **metros de género** aumenta, la variable **precio** también lo hace en la misma razón, por el contrario, si una la variable disminuye, la otra también disminuye en la misma razón. Por lo tanto, se trata de una proporción directa.

c) Plantear la proporción como consecuencia del tipo de proporcionalidad y resolver.

FORMA 1

Con los datos del problema, formaremos la proporción:

$$\frac{3}{11} = \frac{6.000}{x}, x \neq 0$$

Despejamos x :

$$3x = 6.000 \cdot 11$$

$$x = \frac{66.000}{3}$$

$$x = 22.000$$

FORMA 2

Con los datos del problema, calculamos la constante de proporcionalidad (k).

$$k = \frac{\text{precio del género}}{\text{metros de género}} = \frac{6.000}{3} = 2.000$$

Tenemos que

$$k = \frac{\text{precio 11 metros de género}}{11 \text{ metros de género}}$$

Reemplazando

$$2.000 = \frac{x}{11}$$

Despejando

$$x = 11 \cdot 2.000$$

$$x = 22.000$$

Respuesta:

Once metros del mismo género cuestan \$ 22.000.

2) Una moto recorre 100 metros en 4 segundos. ¿Qué distancia recorre en 50 segundos, si mantiene su velocidad constante?

Solución

a) Datos del problema:

Distancia en metros	Tiempo en segundos
100	4
x	50



x : Distancia que la moto recorre en 50 segundos.

b) Analizar la proporcionalidad.

Una atenta lectura, permite determinar que: Si la variable **distancia** aumenta, la variable **tiempo** también lo hace en la misma razón, por el contrario, si una variable disminuye, la otra también disminuye en la misma razón. Por lo tanto, se trata de una proporción directa.

c) Plantear la proporción como consecuencia del tipo de proporcionalidad y resolver.

FORMA 1

Con los datos del problema, formaremos la proporción:

$$\frac{100}{x} = \frac{4}{50}, x \neq 0$$

Despejamos x :

$$4x = 100 \cdot 50$$

$$x = \frac{5.000}{4}$$

$$x = 1.250$$

FORMA 2

Con los datos del problema, calculamos la constante de proporcionalidad (k).

$$k = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} = \frac{100}{4} = 25$$

Tenemos que $k = \frac{\text{nueva distancia}}{\text{nuevo tiempo}}$

Reemplazando $25 = \frac{x}{50}$

Despejando $x = 25 \cdot 50$
 $x = 1.250$

Respuesta:

En 50 segundos recorre 1.250 metros.

3) Durante una jornada de trabajo, 6 operarios cavan una zanja de 80 metros de longitud. **¿Cuántos metros cavarán 42 operarios trabajando en las mismas condiciones?**



Solución

a) Datos del problema:

Nº de operarios	Longitud de la zanja
6	80
42	x

x : Metros de una zanja que cavarán 42 operarios.

b) Analizar la proporcionalidad.

Una atenta lectura, permite determinar que: Si la variable **número de operarios** aumenta, la variable **longitud de la zanja** también lo hace en la misma razón, por el contrario, si una variable disminuye, la otra también disminuye en la misma razón. Por lo tanto, se trata de una proporción directa.

c) Plantear la proporción como consecuencia del tipo de proporcionalidad y resolver.

FORMA 1

Con los datos del problema, formaremos la proporción:

$$\frac{6}{42} = \frac{80}{x}, x \neq 0$$

Despejamos x :

$$6x = 80 \cdot 42$$

$$x = \frac{3.360}{6}$$

$$x = 560$$

FORMA 2

Con los datos del problema, calculamos la constante de proporcionalidad (k).

$$k = \frac{\text{longitud de la zanja}}{\text{número de operarios}} = \frac{80}{6} \rightarrow \text{simplificamos por 2} = \frac{40}{3}$$

Tenemos que $k = \frac{\text{nueva longitud de la zanja}}{\text{nuevo número de operarios}}$

Reemplazando $\frac{40}{3} = \frac{x}{42}$

Despejando $x = \frac{40 \cdot 42}{3}$
 $x = 560$

Respuesta:
42 operarios cavarán 560 metros.

4) Teresa trabajó 3 horas y obtuvo una remuneración de \$ 8.100. A esa razón, **¿cuánto tiempo le tomará ganar \$ 27.000?**

Solución

a) Datos del problema:

Horas trabajadas	Remuneración obtenida
3	8.100
x	27.000



x : Tiempo necesario para ganar \$ 27.000.

b) **Analizar la proporcionalidad.**

Una atenta lectura, permite determinar que: si la variable **horas trabajadas** aumenta, la variable **remuneración obtenida** también lo hace en la misma razón, por el contrario, si una variable disminuye, la otra también disminuye en la misma razón. Por lo tanto se trata de una proporción directa.

c) **Plantear la proporción como consecuencia del tipo de proporcionalidad y resolver.**

FORMA 1

Forme la proporción con los datos del problema:

$$\frac{3}{x} = \frac{8.100}{27.000}, x \neq 0$$

Despejamos x :

$$8.100 x = 27.000 \cdot 3$$

$$x = \frac{81.000}{8.100}$$

$$x = 10$$

FORMA 2

Con los datos del problema, calculamos la constante de proporcionalidad (k).

$$k = \frac{\text{remuneración obtenida}}{\text{horas trabajadas}} = \frac{8.100}{3} \rightarrow 2.700$$

Tenemos que $k = \frac{\text{nueva remuneración obtenida}}{\text{horas trabajadas}}$

Reemplazando $2.700 = \frac{27.000}{x}$

Despejando $x = \frac{27.000}{2.700}$

$$x = 10$$

Respuesta:

Teresa demora 10 horas en obtener una remuneración de \$ 27.000



ACTIVIDAD

Resuelva los siguientes problemas:

1) Cinco metros de tela valen \$ 12.000.
¿Cuánto valen 40 metros de la misma tela?

.....

.....



2) Un automóvil recorre 1.000 metros en 20 segundos. **¿Qué distancia recorre en 80 segundos, si mantiene una velocidad constante?**

.....

.....



3) Ocho trabajadores agrícolas trabajan preparando un sembrando de 630 metros cuadrados durante una jornada de ocho horas. **¿Cuántos metros cuadrados para sembrado alcanzarán a preparar 48 trabajadores en las mismas condiciones?**

.....

.....



4) Un automovilista recorrió 900 km con 60 litros de gasolina. **¿Cuántos litros necesitaría para conducir 1.500 km?**

.....

.....



5) Resolver la situación de acuerdo con las instrucciones dadas:

Pastel de papas para 4 personas

Instrucciones	Ingredientes
<p>Pelar, lavar y poner a cocer las papas en agua fría con sal. Escurrir y pasarlas por cedazo. Preparar el puré con la mitad de la mantequilla y la leche. Revolver bien. Picar la carne en cuadritos y la cebolla en plumas. Aliñar con sal y pimienta. Freír en una sartén con mantequilla durante 15 minutos. En una fuente enmantequillada, poner una capa de puré, luego el pino de carne, los huevos, y cubrir con el resto del puré. Recubrir con queso rallado y llevar al horno caliente durante unos 20 minutos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 kg de papas • $\frac{1}{2}$ kg de carne • $1\frac{1}{2}$ cebolla • 2 huevos duros • $\frac{1}{8}$ de queso rallado • 4 cucharadas de aceite • 4 cucharadas de mantequilla • 1 taza de leche. • Sal y pimienta a gusto



a) Completar la siguiente tabla para determinar la cantidad de ingredientes que se necesita para el pastel, de acuerdo con el número de personas que comerán:

Cantidad de personas	Ingredientes							
	PAPAS	CARNE	CEBOLLAS	HUEVOS DUROS	QUESO RALLADO	CUCHARADAS DE ACEITE	CUCHARADAS DE MANTEQUILLA	TAZAS DE LECHE
4	1 kg.	$\frac{1}{2}$ kg.	$1\frac{1}{2}$ kg.	2	$\frac{1}{8}$ kg.	4	4	1
6								
8								
10								
12								

b) ¿Por qué utilizamos proporcionalidad directa para completar la tabla?

.....

.....



Realice un gráfico que muestre la relación entre:

- 1) Número de personas que comen pastel y cantidad de papas utilizadas.
- 2) Número de personas que comen pastel y cantidad de carne utilizada.

¿Qué puede concluir al observar los gráficos?

PROPORCIONALIDAD INVERSA

Dos variables a y b son inversamente proporcionales cuando al aumentar una, la otra disminuye en la misma proporción.



ACTIVIDAD

Lea cada ejemplo identificando las variables involucradas, distinguiendo si son variables inversamente proporcionales, o no.

Situaciones	Variables	¿Son inversamente proporcionales? ¿Por qué?
La velocidad de un auto y el tiempo empleado en recorrer una distancia determinada.		
El número de trabajadores y el número de días que tardan en construir un edificio.		
La cantidad de aceite y el número de empanadas que se fríen.		
Los litros de bencina que tiene el estanque de un automóvil y los kilómetros que rinde.		
El número de hermanos y la estatura de los estudiantes de 1 ^{er} nivel de educación de adultos.		
La cantidad de operarios y el tiempo empleado en pintar una pared de 800 m ² .		



Actividad en el cuaderno

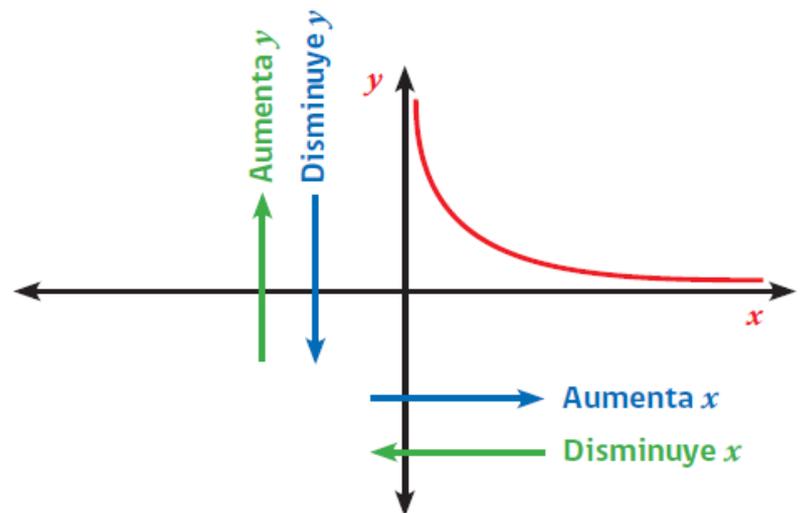
Describa cinco situaciones en las que se observen variaciones proporcionales inversas.

La gráfica muestra en rojo el comportamiento que tienen dos variables (x e y) inversamente proporcionales, si x aumenta y disminuye, si x disminuye y aumenta en ambos casos en forma proporcional



TIPS

En el gráfico se observa el comportamiento de la variación inversamente proporcional. Esta curva recibe el nombre de hipérbola equilátera.



Actividad en el cuaderno

Realiza la gráfica de la siguiente tabla de valores.



ACTIVIDAD

El número de obreros y los días que tardan en pintar una torre representa una situación de proporcionalidad inversa. Complete la siguiente tabla donde se relacionan estas variables.

Nº de obreros	1	2	3		6	9	18
Nº de días	90	45		22,5			5



CARACTERIZACIÓN DE LA PROPORCIONALIDAD INVERSA

Dos variables, x e y , son inversamente proporcionales si el del producto $y \cdot x$ es constante, es decir, $y \cdot x = k$, donde k es la constante de proporcionalidad.



TIPS

La relación de proporcionalidad $y \cdot x = k$, se puede representar por $y = \frac{k}{x}$ donde x es distinto de cero, esta expresión, además de representar una hipérbola, sirve para modelar situaciones y problemas que involucran la proporcionalidad inversa.



EJERCICIOS RESUELTOS DE PROPORCIONALIDAD INVERSA

1) Si 25 máquinas *Overlock* producen cierta cantidad de poleras en 120 horas. ¿Cuántas horas demoran 60 máquinas iguales en producir la misma cantidad de poleras?

Solución

a) Datos de problema

Nº de máquinas <i>Overlock</i>	Nº de horas de trabajo
25	120
60	x



x : Número de horas que demoran 60 máquinas.

b) Analizar la proporcionalidad.

Una atenta lectura, permite determinar que: Para una cantidad de poleras constante, si la variable **Nº de máquinas *Overlock*** aumenta, la variable **Nº de horas de trabajo** disminuye en la misma razón, por el contrario, si una variable disminuye, la otra aumenta en la misma razón. Por lo tanto, se trata de una proporción inversa.

FORMA 1

Con los datos del problema, formaremos las dos razones:

Nº de máquinas	horas de trabajo
$\frac{25}{60}$	$\frac{120}{x}$

Como nuestra proporcionalidad es inversa, invertimos una de las razones.

$$\frac{25}{60} = \frac{x}{120}$$

Despejamos

$$25 \cdot 120 = 60x$$

$$x = \frac{3.000}{60}$$

$$x = 50$$



Tenga en consideración que la relación de proporcionalidad $k = x \cdot y$ se cumple para este caso:

$$25 \cdot 120 = 50 \cdot 60$$

Respuesta:

60 máquinas demoran 50 horas. Notar que para hacer el trabajo en la mitad de tiempo se necesita el doble de máquinas.

2) La velocidad de un automóvil es de 70 km/h y demora 5 horas en recorrer una cierta distancia.
 ¿Cuántas horas demorará, en recorrer la misma distancia, otro automóvil con una velocidad de 80 km/h?

Solución

a) Datos de problema:

Velocidad del automóvil (km/h)	Tiempo (horas)
70	5
80	x



x : Tiempo que demora el automóvil con una velocidad de 80 km/h.

b) Analizar la proporcionalidad.

Una atenta lectura, permite determinar que: Para una distancia constante, si la variable **velocidad** aumenta, la variable **tiempo** disminuye en la misma razón, por el contrario, si una variable disminuye, la otra aumenta en la misma razón. Por lo tanto, se trata de una proporción inversa.

c) Plantear la proporción como consecuencia del tipo de proporcionalidad y resolver.

FORMA 1

Con los datos del problema, formaremos las dos razones:

Velocidad

$$\frac{70}{80}$$

Tiempo

$$\frac{5}{x}$$

Como nuestra proporcionalidad es inversa, invertimos una de las razones.

$$\frac{70}{80} = \frac{x}{5}$$

Despejamos

$$70 \cdot 5 = 80 \cdot x$$

$$x = \frac{350}{80}$$

$$x = 4.375$$

TIPS

Observe el procedimiento y podrá ver que se ha calculado la constante de proporcionalidad.

$$k = 70 \cdot 5$$

$$k = 350$$

Respuesta:

Aproximando a las décimas, el automóvil se demorará 4,4 horas a una velocidad de 80 km/h.

3) Treinta y seis pintores se demoran 12 días en pintar un edificio.
¿Cuántos días tardarán 24 pintores en realizar el mismo servicio?

Solución

a) Datos del problema:

Nº de pintores	Días de trabajo
36	12
24	x



x : Días que emplean 24 pintores en pintar el edificio.

b) Analizar la proporcionalidad.

Una atenta lectura, permite determinar que: Para el mismo edificio, si la variable **número de pintores** aumenta, la variable **días de trabajo** disminuye en la misma razón, por el contrario, si una variable disminuye, la otra aumenta en la misma razón. Por lo tanto, se trata de una proporción inversa.

c) Plantear la proporción como consecuencia del tipo de proporcionalidad y resolver.

FORMA 1

Con los datos del problema, formaremos las dos razones:

$$\begin{array}{cc} \text{Nº de pintores} & \text{Días de trabajo} \\ \frac{36}{24} & \frac{12}{x} \end{array}$$

Como nuestra proporcionalidad es inversa, invertimos una de las razones.

$$\frac{36}{24} = \frac{x}{12}$$

Despejamos:

$$36 \cdot 12 = 24 \cdot x$$

$$x = \frac{432}{24}$$

$$x = 18$$



TIPS

Observe que la constante de proporcionalidad es 432.

$$36 \cdot 12 = 24 \cdot 18$$

Respuesta:

24 pintores demorarán 18 días en pintar el edificio.

4) El año pasado se limpió un canal de regadío en 14 días con 120 operarios. Este año se quiere efectuar el mismo trabajo con solo 60 operarios. **¿Cuántos días demorarán en limpiar el canal?**

Solución

a) Datos de problema:

Nº de operarios	Días de trabajo
120	14
60	x



x : Días que demoran 60 operarios en limpiar el canal.

b) Analizar la proporcionalidad.

Una atenta lectura, permite determinar que: Para el mismo trabajo, si la variable **número de operarios** aumenta, la variable **días de trabajo** disminuye en la misma razón, por el contrario, si una variable disminuye, la otra aumenta en la misma razón. Por lo tanto, se trata de una proporción inversa.

c) Plantear la proporción como consecuencia del tipo de proporcionalidad y resolver.

FORMA 1

Con los datos del problema, formaremos las dos razones:

Nº de operarios	días de trabajo
$\frac{120}{60}$	$\frac{14}{x}$

Como nuestra proporcionalidad es inversa, invertimos una de las razones.

$$\frac{120}{60} = \frac{x}{14}$$

Despejamos :

$$120 \cdot 14 = 60 \cdot x$$

$$x = \frac{1.680}{60}$$

$$x = 28$$



Puede calcular directamente la constante de proporcionalidad después del análisis del tipo de proporcionalidad
 $k = 120 \cdot 14$

Respuesta:

60 operarios se demorarán 28 días en limpiar el canal. Note que con la mitad de trabajadores se demoran el doble de días.



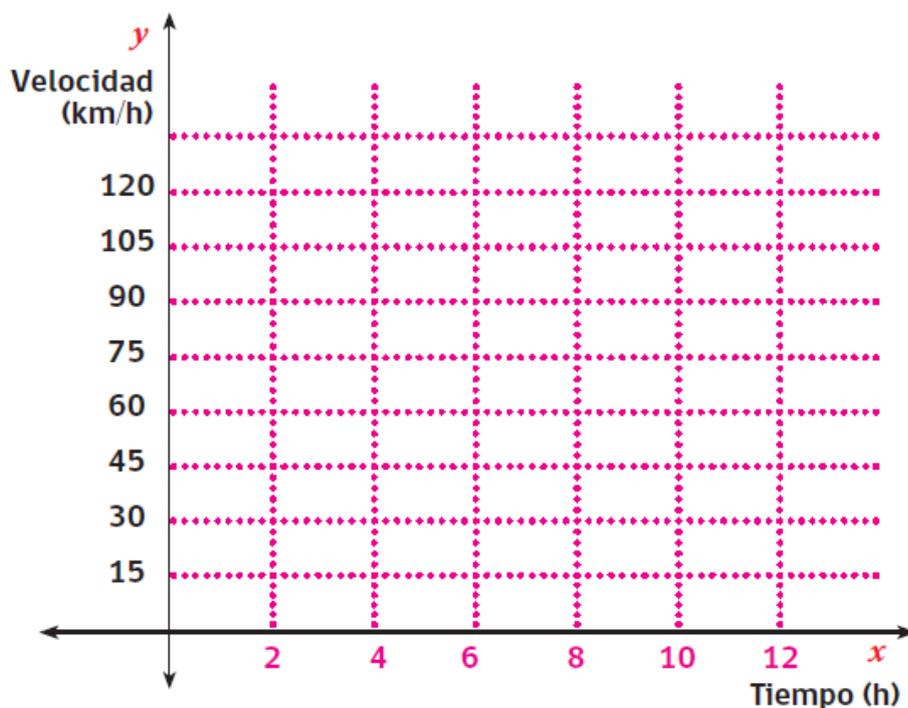
ACTIVIDAD Resuelva la siguiente situación:

1) Como premio por el desempeño laboral, una empresa llevará a sus trabajadores de paseo a un lugar sorpresa. Lo único que se sabe es que viajando a 60 km/h la duración del viaje sería de 4 horas:

a) ¿A qué distancia está la empresa del lugar del paseo?

b) Complete la tabla que muestra la velocidad a la que pueden viajar y el tiempo empleado en cada caso. Luego grafique esta situación:

Tiempo (h)	Velocidad (km/h)
1	
2	
4	60
	40
8	
10	24
12	



c) Si usted une los puntos del gráfico, ¿qué figura se obtiene?

Recursos: Libro, cuaderno, lápiz,
bolígrafo, aplicación Zoom.

Evaluación: Formativa.